# الأول

# فى

# الرياضيات

## ليلة الامتحان فى الهندسة

## الفصل الدراسى الثانى

## للصف الثالث الاعدادى


## إعداد

## م / إبراهيم ميكائيل

## معلم أول الرياضيات


---

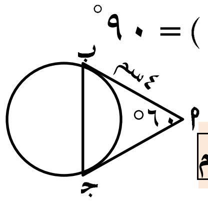
١ – محور التماثل للوتر المشترك $\overline{\text{ا ب}}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$

٢ – إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧سم ، ا نقطة فى مستوى الدائرة وكان م ا = ٤سم فإن موضع نقطة ا بالنسبة للدائرة **خارج**

٣ – دائرة طول قطرها ٨سم ، فإذا كان المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣سم ، فإن المستقيم ل **قاطع**

٤ – المماسان المرسومان من نهايتى قطرفى دائرة **متوازيان**

٥ – فى الشكل المقابل :

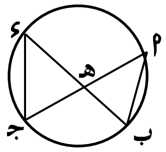



إذا كان $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ا جـ}}$ مماسان ، ق(∠ ا ) = ٩٠°

فإذا كان طول ا ب = ٤سم

، فإن طول $\overline{\text{جـ ب}}$ بالسنتيمترات = **٤سم**

٦ – فى الشكل المقابل:




إذا كان : $\overline{\text{ا جـ}} \cap \overline{\text{ب ء}}$ = { هـ }

، ا هـ = ٢سم ، هـ جـ = ٣سم

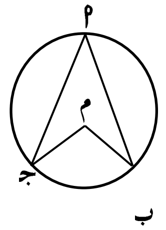
، هـ ء = ٤سم فإن : ب هـ = **١.٥سم**

٧ – إذا كانت $\overline{\text{ا ب}}$ قطعة مستقيمة فإن عدد الدوائر التى يمكن رسمها لكى تمر بالنقطتين ا ، ب تساوى **عدد لانهائى**

٨ – إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = Ø

فإن المستقيم ل يكون **خارج الدائرة**

٩ – فى الشكل المقابل :

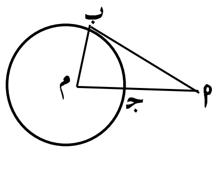



م دائرة ، إذا كان :

ق(∠ م ) – ق(∠ ا ) = ٥٠°

فإن ق(∠ ا ) = **٥٠°**

١٠ – فى الشكل المقابل :




$\overleftarrow{\text{ا ب}}$ مماس للدائرة م ، فإذا كان

م ب = ٥سم ، ا جـ = ٨سم

فإن : ا ب = **١٢سم**

١١ – مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين ا ، ب تقع جميعاً على **محور $\overline{\text{ا ب}}$**

١٢ – قوس من دائرة طوله $\frac{١}{٣}$ ط نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها يساوى **٦٠°**

١٣ – النسبة بين قياس الزاوية المحيطية إلى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس = **١ : ٢**

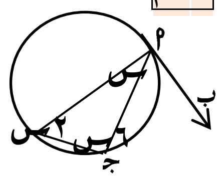
١٤ – قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة = **١٢٠°**

١٥ – إذا كان طولا نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما نق$_١$ ، نق$_٢$ وكان م ن > نق$_١$ + نق$_٢$ فإن الدائرتين م ، ن تكونان **متباعدتان**

١٦ – إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطول نصف قطر أحدهما ٣سم ، م ن = ٧سم فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى **٤ سم**

١٧ – وتر طوله ٨سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠سم ، فإن بعد الوتر عن مركز الدائرة = **٣ سم**

١٨ – في الشكل المقابل :



ق(∠ ب أ جـ ) = **٤٠°**

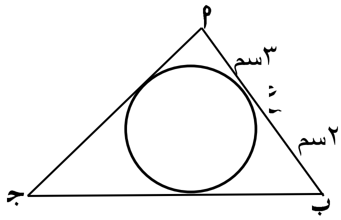
١٩ – في الشكل المقابل :

إذا كان أ جـ = ٨سم

، أ ع = ٣سم ،

ب ع = ٢سم

فإن ب جـ = **٧ سم**

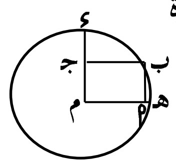


٢٠ – في الشكل المقابل :

أ ب جـ م مستطيل مرسوم في ربع دائرة

م هـ = ٤سم ، جـ ء = ١سم

فإن : م جـ = **١ سم**

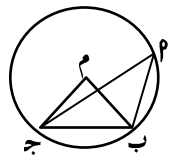


٢١ – في الشكل المقابل :

إذا كان ق(∠ م ب جـ ) = ٤٠°

فإن :

ق(∠ ب أ جـ ) = **٥٠°**

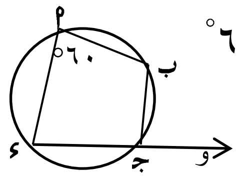


٢٢ – في الشكل المقابل :

إذا كان ق(∠ ب أ ء ) = ٦٠°

فإن :

ق(∠ ب جـ و ) = **٦٠°**



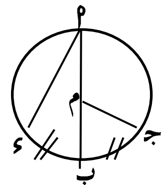
٢٣ – في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب قطر في الدائرة م

، ق(∠ ب م جـ ) = ٤٠°

، ق( ب جـ ) = ق( ب ء )

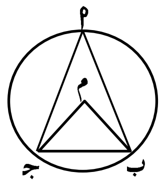
فإن : ق(∠ ب أ ء ) = ٢٠°



٢٤ – في الشكل المقابل :

إذا كان : ق(∠ م ب جـ ) = ٥٥°

فإن : ق(∠ أ ) = **٣٥°**

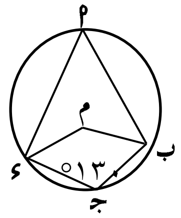


٢٥ – في الشكل المقابل :

إذا كان : م دائرة ،

ق(∠ ب جـ ء ) = ١٣٠°

فإن : ق(∠ ب م ء ) = **١٠٠°**



٢٦ – عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين هو **٤**

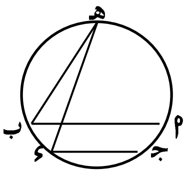
٢٧ – عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز هو **صفر**

٢٨ – في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب ، جـ ء وتران متوازيان :

ق( أ جـ ) = ٣٠°

فإن : ق(∠ ب هـ ء ) = **١٥°**

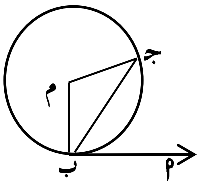


٢٩ – في الشكل المقابل :

إذا كان : ب أ مماس للدائرة م عند ب

، ق(∠ جـ م ب ) = ١١٠°

فإن : ق(∠ أ ب جـ ) = **٥٥°**



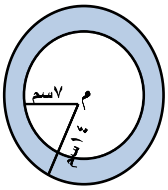
٣٠ - في الشكل المقابل :

إذا كان طول نصف قطر الدائرة الصغرى ٧سم ،

وطول نصف قطر الدائرة الكبرى ١٤سم .

فإن مساحة الجزء المظلل يساوى **٤٦٢ سم**

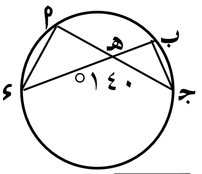
( حيث ط = $\frac{٢٢}{٧}$ )



٣١ – في الشكل المقابل :

ق(∠ جـ هـ ء ) = ١٤٠°

، ق(∠ أ ) = ٨٠° فإن : ق(∠ جـ ) = **٦٠°**



٣٢ – القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائماً **متساويتان فى الطول**

٣٣ – الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين **وتر ومماس**

٣٤ – عدد المماسات التى يمكن رسمها من إحدى نقط دائرة تساوى **١**

٣٥ – عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل تساوى **١**

٣٦ – فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين **متكاملتان**

٣٧ – مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع **منصفات زواياه الداخلة**

٣٨ – الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة **حادة**

٣٩ – إذا كان ا ، ب نقطتين فى المستوى بحيث ا ب = ٤سم ، فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب يساوى **٢سم**

٤٠ – إذا كان ا ، ب نقطتين ، ا ب = ٦سم فإن عدد الدوائر التى طول نصف قطر كل منها ٥سم وتمر بالنقطتين ا ، ب يساوى **دائرتان**

٤١ – م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥سم ، ٢سم فإن م ن ∋ **] ٣ ، ٧ [**

٤٢ – عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى **صفر**

٤٣ – عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى **١**

٤٤ – مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة **تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاعه من منتصفاتها**

٤٥ – عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة $\overline{\text{ا ب}}$ يساوى **عدد لا نهائى**

٤٦ – إذا كانت سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { ا } فإن الدائرتين م ، ن تكونان **متماستان من الخارج**

٤٧ – إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {ا ، ب} فإن الدائرتين م ، ن **متقاطعتان**

٤٨ – إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٥سم ، م ن = ٩سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى يساوى **١٤سم**

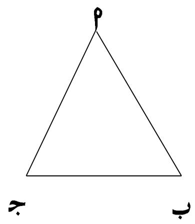
٤٩ – يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ( معين ، **مستطيل** ، شبه منحرف ، متوازى أضلاع )

٥٠ – دائرة محيطها ٦ ط سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣سم فإن المستقيم ل يكون **مماساً للدائرة**

---

**التراكمى :**

١ – في الشكل المقابل :




ا ب = ا جـ ، ا ب = ٢س – ١ ، ا جـ = س + ٢ ، ب جـ = ٧ – س ، فإن محيط Δ ا ب جـ = **١٤سم**

٢ – مساحة المربع الذى طول قطره ٦سم = **١٨سم$^2$**

٣ – مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦سم ، ٨سم = **٢٤سم$^2$**

٤ – شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣سم ، ٥سم وارتفاعه ٢سم فإن مساحته تساوى **٨سم$^2$**

٥ – شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧سم وارتفاعه ٣سم فإن مساحته = **٢١سم$^2$**

٦ – معين طول ضلعه ٥سم وارتفاعه ٤سم فإن مساحته = **٢٠سم$^2$**

٧ – معين طولا قطرية ١٢سم ، ١٦سم فإن طول ضلعه = **١٠سم**

٨ – مستطيل بعداه ٣سم ، ٤سم فإن طول قطره **٥سم**

٩ – مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٥سم وارتفاعه ٣سم تساوى **١٥سم$^2$**

١٠ – مثلث مساحته ٣٠سم$^2$ وارتفاعه ٦سم فإن طول قاعدته = **١٠سم**

١١ – القطران متساويان فى الطول ومتعامدان فى **المربع**

١٢ – القطران متعامدان فقط وغير متساويان فى **المعين**

١٣ – القطران متساويان وغير متعامدان فى **المستطيل**

١٤ – المضلعان المشابهان لثالث **متشابهان**

١٥ - إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين = ١ فإن المثلثين **متطابقان**

١٦ - إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة .تكون **⊥** المستقيم

١٧ - إذا كان $\overline{\text{ا ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فإن مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ **يساوى** طول $\overline{\text{ا ب}}$

١٨ - فى Δ ا ب جـ إذا كان (ا جـ)$^2$ + (جـ ب)$^2$ = (ا ب)$^2$ فإن ق(∠ **جـ**) = ٩٠°

١٩- فى Δ ا ب جـ إذا كان : (ا ب)$^2$ > (جـ ب)$^2$ + (ا جـ)$^2$ فإن زاوية جـ تكون **منفرجة**

٢٠ - إذا كان Δ ا ب جـ فيه : (ا ب)$^2$ = (ا جـ)$^2$ — (جـ ب)$^2$ فإن Δ ا ب جـ يكون قائم الزاوية فى **ب**

٢١ - الأطوال ٦سم ، ٨سم ، ١١سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث **منفرج** الزاوية

٢٢ - يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة **متناسبة**، الزوايا المتناظرة **متساوية فى القياس**

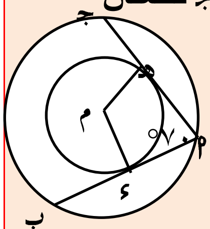
**الأسئلة المقالية :**

**١ فى الشكل المقابل :**

**دائرتان متحدتا المركز فى م ، أب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى ، ق(∠أ) = ٧٠°**

**أولاً : أوجد ق(∠ ءمهـ)**

**ثانياً : أثبت أن : أب = أجـ**



∵ أب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى ∴ مء ⊥ أب ، مهـ ⊥ أجـ

∴ ق(∠أءم) = ٩٠° ، ق(∠أهـم) = ٩٠°

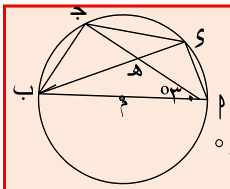
∴ ق(∠ ءمهـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ٧٠°)

= ١١٠° ← **المطلوب أولاً**

∵ مء ⊥ أب ، مهـ ⊥ أجـ ، مء = مهـ = نق فى الدائرة الصغرى

∴ أب = أجـ ← **المطلوب ثانياً**

**٢ فى الشكل المقابل :**



**إذا كان أب قطر فى الدائرة م**

**، جـ ∈ للدائرة ، ق(∠جـأب) = ٣٠°**

**، ء منتصف أجـ ، ءب ∩ أجـ = {هـ}**

**أولاً : أوجد ق(∠ب ءجـ) ، ق(∠أب ء)**

**ثانياً : أثبت أن : Δ أبهـ متساوى الساقين**

∵ ∠ب ءجـ ، ∠بأجـ زاويتان محيطيتان مشتركتان فى بجـ ∴ ق(∠ب ءجـ) = ق(∠جـأب)

∴ ق(∠ب ءجـ) = ٣٠°

، ∵ أب قطر ∴ ق(∠أجـب) = ٩٠°

∴ ق(∠جـبأ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٩٠°) = ٦٠°

، ∵ ء منتصف أجـ ∴ ق(أء) = ق(ءجـ)

∴ ق(∠أب ء) = ق(∠ ءبجـ) = ٣٠°

∴ ق(∠أب ء) ← **المطلوب أولاً**

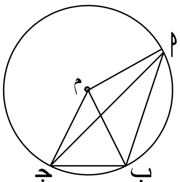
∵ ق(∠هـأب) = ق(∠أبهـ) = ٣٠°

∴ Δ أبهـ متساوى الساقين ← **المطلوب ثانياً**

**٣ أبجـ مثلث مرسوم داخل دائرة م بحيث**

**ق(∠أمب) = ٩٠° ، ق(∠بمجـ) = ٧٠°**

**أوجد قياسات زوايا المثلث أبجـ**



∵ ق(∠بأجـ) = ١/٢ ق(∠بمجـ)

**محيطية ومركزية مشتركتان فى بجـ**

∴ ق(∠بأجـ) = ١/٢ × ٧٠° = ٣٥° ← (١)

، ∵ ق(∠بجـأ) = ١/٢ ق(∠بمأ)

**محيطية ومركزية مشتركتان فى أب**

∴ ق(∠بأجـ) = ١/٢ × ٩٠° = ٤٥° ← (١)

∵ **مجموع قياسات زوايا المثلث** = ١٨٠°

∴ ق(∠أبجـ) = ١٨٠° − (٤٥° + ٣٥°) = ١٠٠°

**٤ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعى دائرياً**

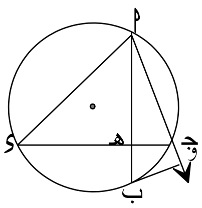
**١) إذا وجدت فيه زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها متساويتان فى القياس .**
**٢) إذا وجدت فيه زاويتان متقابلتان ومتكاملتان .**
**٣) إذا وجدت فيه زاوية خارجة عند أحد رؤوسه تساوى المقابلة للمجاورة لها من الداخل .**

**٥ أب ، جـء وتران فى دائرة متعامدان ومتقاطعان فى هـ ، رسم بو ⊥ أجـ فقطعه فى و ، و ∉ أجـ**

**أثبت أن :**

**أولاً : الشكل وجـهـب رباعى دائرى**

**ثانياً : ق(∠بوهـ) = ق(∠بأ ء)**



**أولاً :** ∵ أب ⊥ جـء ،

∴ ق(∠جـهـب) = ٩٠°

، ∵ بو ⊥ أجـ

∴ ق(∠جـوب) = ٩٠°

∵ ق(∠جـوب) + ق(∠جـهـب) = ٩٠°

**وهما متقابلتان ومتكاملتان**

∴ الشكل و جـ هـ ب رباعى دائرى ← المطلوب أولاً

∵ ق(∠ ب و هـ ) = ق(∠ ب جـ هـ ) ← (١)

مرسومتان على قاعدة ب هـ وفى جهة واحدة منها

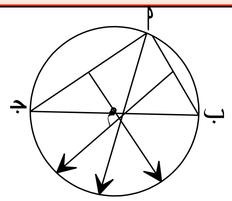
، ∵ ق(∠ ب جـ ء ) = ق(∠ ب ا ء ) ← (٢)

محيطيتان مشتركتان فى ب ء

من (١) ، (٢) ينتج أن :

ق(∠ ب و هـ ) = ق(∠ ب ا ء ) ← المطلوب ثانياً

٦ ارسم الدائرة التى تمر برؤوس المثلث الذى فيه ا ب = ٣سم ، ب جـ = ٤سم ، ا جـ = ٥سم




٧ **فى الشكل المقابل :**

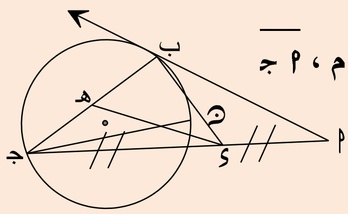
إذا كان ا ب مماس للدائرة م ، ا جـ قاطع لها

، ء منتصف ا جـ

، هـ منتصف ب جـ ، ب ء ∩ الدائرة م = { ن }

أثبت أن : أولاً : ا ب // ء هـ

ثانياً : النقط : ن ، ء ، جـ ، هـ يمر بها دائرة واحدة




∵ ء منتصف ا جـ ، هـ منتصف ب جـ ∴ ا ب // ء هـ

∵ ا ب // ء هـ ∴ ق(∠ ا ب ء ) = ق(∠ ب ء هـ )

بالتبادل ← (١)

، ∵ ا ب مماس ∴ ق(∠ ا ب ء ) = ق(∠ ب جـ ن )

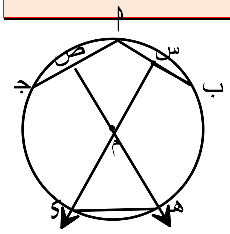
ماسية ومحيطية مشتركتان فى ( ب ن )←(٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠ ن ء هـ ) = ق(∠ هـ جـ ن )

وهما مرسومتان على قاعدة واحده هـ ن وفى جهة واحدة منها

∴ النقط ن ، ء ، جـ ، هـ يمر بها دائرة واحده

٨ ا ب ، ا جـ وتران فى دائرة مركزها م ، ق(∠ ب ا جـ ) = ١٢٠° ، س ، ص منتصفا ا ب ، ا جـ ، رسم س م فقطع الدائرة فى ء، رسم ص م فقطع الدائرة فى هـ . أثبت أن : ء هـ = نق




∵ س ، ص منتصفا ا ب ، ا جـ

∴ م س ⊥ ا ب

∴ ق(∠ ا س م ) = ٩٠°

، م ص ⊥ ا جـ ∴ ق(∠ ا ص م ) = ٩٠°

∴ ق(∠ س م ص) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٩٠° + ٩٠°) = ٦٠°

∵ ق(∠ ء هـ م ) = ق(∠ س م ص ) = ٦٠°

بالتقابل بالرأس

، ∵ م ء = م هـ = نق ∴ Δ ء هـ م متساوى الأضلاع

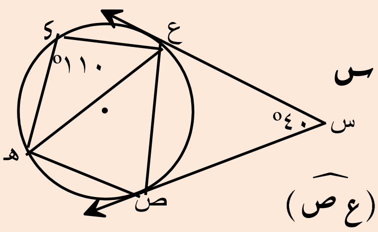
∴ ء هـ = نق

٩ فى الشكل المقابل :

إذا كان س ص ، س ع مماسان للدائرة من نقطة س

، ق(∠ ء ) = ١١٠°

أثبت أن : ق(ع هـ) = ق(ع ص)




∵ الشكل ع ص هـ ء رباعى دائرى ∴

ق(∠ ء ) + ق(∠ ع ص هـ ) = ١٨٠°

∴ ق(∠ ع ص هـ ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠° ← (١)

∵ س ص ، س ع مماسان للدائرة ∴ ق(∠ س ع ص )

$= ق(∠ س ص ع ) = \frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢} = ٧٠°$ ← (٢) ،

∵ ∠ ع هـ ص محيطية ، ∠ س ص ع مماسية مشتركتان فى ع ص ∴ ق(∠ ع هـ ص ) = ق(∠ س ص ع ) = ٧٠° ←

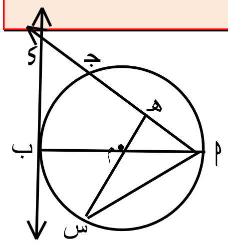
(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن :

ق(∠ ع ص هـ ) = ق(∠ ع هـ ص ) = ٧٠°

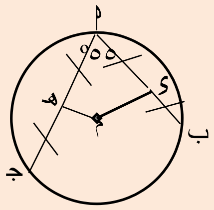
∴ ع ص = ع هـ ∴ (ع هـ) = ق(ع ص)

**١٠** ‾أ ب ، قطر في دائرة م ، ‾أ جـ وتر فيها ، هـ منتصف ‾أ جـ ،
رسم ب ء مماساً للدائرة يقطع أ جـ في ء ، رسم هـ م يقطع
الدائرة في س . أثبت أن :
أولاً : الشكل م هـ ب ء رباعي دائري
ثانياً : ٢ ق(∠ ب أ س ) = ق( ء )



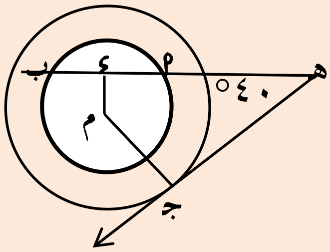

∵ هـ منتصف ‾أ جـ ∴ ‾م هـ ⊥ ‾أ جـ
∴ ق(∠ م هـ ء ) = ٩٠°
، ∵ ب ء مماساً للدائرة ∴ ‾م ب ⊥ ب ء
∴ ق(∠ م ب ء ) = ٩٠°
∵ ق (∠ م هـ ء ) + ق(∠ م ب ء ) = ١٨٠°
وهما متقابلتان ومتكاملتان ∴ الشكل م هـ ب ء رباعي دائري
رباعي دائري
ثانياً : ∵ ق(∠ ب م س ) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري
∴ ق(∠ ب م س ) = ق(∠ ء ) ← (١)
∵ ق(∠ ب أ س ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م س )
(محيطية ومركزية مشتركتان في ⌢ب س )
∴ ٢ ق(∠ ب أ س ) = ق(∠ ب م س ) ← (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن :
٢ ق(∠ ب أ س ) = ق( ء )

**١١** في الشكل المقابل :
إذا كان : ‾أ ب ، ‾أ جـ وتران في الدائرة م
، ء منتصف ‾أ ب ، هـ منتصف ‾أ جـ
، ق(∠ ب أ جـ ) = ٥٥°
أوجد : ق(∠ ء م هـ )



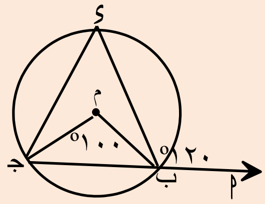

∵ ء منتصف ‾أ ب ∴ ‾م ء ⊥ ‾أ ب
∴ ق ( ∠ م ء أ ) = ٩٠° ←
∵ هـ منتصف ‾أ جـ ∴ ‾م هـ ⊥ ‾أ جـ
∴ ق ( ∠ م هـ أ ) = ٩٠° ←
∴ ق ( ∠ ء م هـ ) =
٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ٥٥°) = ١٢٥°

**١٢** في الشكل المقابل :
دائرتان متحدتا المركز م ،
هـ جـ مماس للدائرة الكبرى
، ‾هـ ب يقطع الدائرة الصغرى
في أ ، ب ، ء منتصف ‾أ ب ، ق(∠ جـ هـ ء ) = ٤٠°
أوجد بالبرهان : ق(∠ ء م جـ )



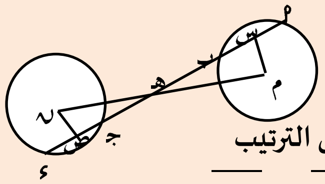

∵ هـ جـ مماس للدائرة الكبرى ∴ ‾م جـ ⊥ هـ جـ ، ∵
ء منتصف ‾أ ب ∴ ‾م ء ⊥ ‾أ ب
∴ ق(∠ ء م جـ ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٤٠°) =
١٤٠°

**١٣** في الشكل المقابل :
م دائرة ، ق(∠ ب م جـ ) = ١٠٠°
، ق(∠ أ ب ء ) = ١٢٠°
أوجد بالبرهان ق(∠ ء ب جـ )




∵∠ ب ء جـ محيطية ،∠ ب م جـ مركزية مشتركتان في ⌢ب جـ
∴ ق(∠ ب ء جـ ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م جـ ) = ٥٠°
، ∵∠ أ ب ء خارجة عن المثلث ب ء جـ
∴ ق(∠ ء جـ ب ) = ١٢٠° − ٥٠° = ٧٠°

**١٤** في الشكل المقابل : دائرتان م ، ن متطابقتان
ومتباعدتان رسم المستقيم أ ء
يقطع الدائرة م في أ ، ب
ويقطع الدائرة ن في جـ ، ء على الترتيب
فإذا كان : ‾م س ⊥ ‾أ ب ، ‾ن ص ⊥ ‾جـ ء
، هـ منتصف ‾م ن . أثبت أن : أ ب = جـ ء




ΔΔ هـ م س ، هـ ن ص
فيهما
م هـ = ن هـ
ق( م س هـ ) = ق(∠ ن ص هـ ) = ٩٠°
ق( م هـ س ) = ق(∠ ن هـ ص ) بالتقابل
بالرأس

∴ Δ هـ م س ≡ Δ هـ ن ص وينتج أن : م س = م ص ∴

أ ب = جـ ء

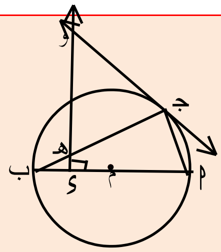
**١٥** في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب قطر في الدائرة م

، جـ و مماس للدائرة عند جـ

، ء هـ ⊥ أ ب أثبت أن : أولاً : الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري

ثانياً : و هـ = و جـ



∵ ء هـ ⊥ أ ب ∴ ق(∠ أ ء هـ) = ٩٠°

، ∵ أ ب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠°

( محيطية مرسومة في نصف دائرة )

∵ ق(∠ أ ء هـ) + ق(∠ أ جـ ب) = ١٨٠°

وهما متقابلتان ومتكاملتان

∴ الشكل أ ء هـ جـ رباعي دائري أولاً

∵ ∠ و هـ جـ خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

∴ ق(∠ و هـ جـ) = ق(∠ ب أ جـ) ← (١)

، ق(∠ و جـ ب) = ق(∠ ب أ جـ) ← (٢)

(مماسية ومحيطية مشتركتان في ب جـ⌢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ و هـ جـ) = ق(∠ و جـ هـ)

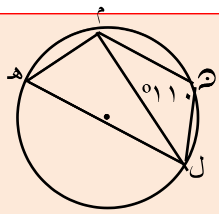
∴ و هـ = و جـ

**١٦** في الشكل المقابل :

إذا كان ل هـ قطر للدائرة ،

ق(∠ م ن ل) = ١١٠°

أوجد : ق(∠ م ل هـ)



∵ الشكل م ن ل هـ رباعي دائري

∴ ق(∠ ن) + ق(∠ هـ) = ١٨٠° ∴ ق(∠ هـ) = ٧٠°

، ∵ ل هـ قطر في الدائرة ∴ ق(∠ ل م هـ) = ٩٠°

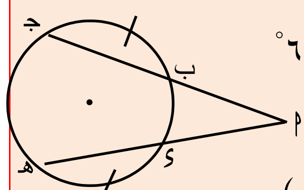
∴ ق(∠ م ل هـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٩٠°) = ٢٠°

**١٧** في الشكل المقابل :

ق(∠ أ) = ٤٠° ، ق(ب ء⌢) = ٦٠°

، ق(ب جـ⌢) = ق(ء هـ⌢)

أوجد بالبرهان : ق(هـ جـ⌢) ، ق(ب جـ⌢)



∵ ق(∠ أ) = ١/٢ [ق(هـ جـ⌢) − ق(ب ء⌢)]

٤٠° = ١/٢ [ق(هـ جـ⌢) − ٦٠°]

∴ ٨٠° = ق(هـ جـ⌢) − ٦٠°

∴ ق(هـ جـ⌢) = ٨٠° + ٦٠° = ١٤٠° ← (١)

∵ ق(ب جـ⌢) = ق(ء هـ⌢)

∴ ق(ب جـ⌢) = (٣٦٠° − (١٤٠° + ٦٠°)) / ٢ = ٨٠° ← (٢)

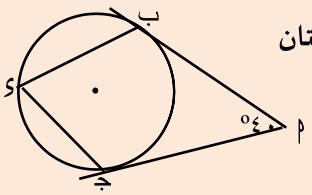
**١٨** في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

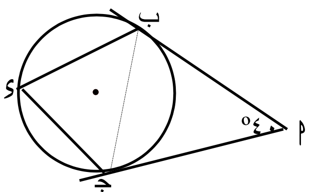
للدائرة عند ب ، جـ

، ق(∠ أ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان ق(∠ ء)



العمل : نرسم ب جـ



∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

للدائرة عند ب ، جـ

∴ أ ب = أ جـ

∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ أ جـ ب) = ٧٠°

، ∠ ء محيطية ، ∠ ا ج ب مماسية مشتركتان في ب جـ⌢

∴ ق(∠ ء) = ق(∠ أ جـ ب) ∴ ق(∠ ء) = ٧٠°

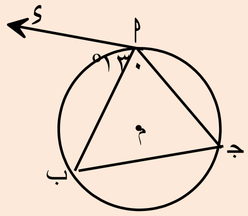
**١٩** في الشكل المقابل :

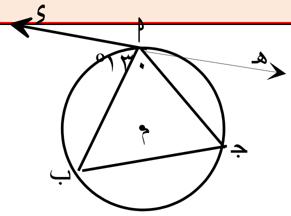
إذا كان أ ء مماس للدائرة م

يمسها في أ

، ق(∠ ء أ جـ) = ١٣٠°

أوجد بالبرهان : ق(∠ ب)





العمل : نرسم أ هـ

∵ ∠ هـ أ ء مستقيمة

∴ ق(∠ هـ أ ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠ هـ أ جـ) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

∵ ∠ هـ أ جـ مماسية ، ∠ أ ب جـ محيطية مشتركتان في أ جـ⌢

∴ ق(∠ أ ب جـ) = ٥٠°

**٢٠** أثبت أن : " إذا كان الشكل الرباعى دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتين "

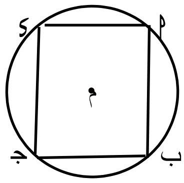
المعطيات : ٩ ب جـ ء رباعى دائرى

المطلوب : ق( ∠ ٩ ) + ق( ∠ جـ ) = ١٨٠°

، ق( ∠ ب ) + ق( ∠ ء ) = ١٨٠°

البرهان : ∵ ق( ∠ ٩ ) = $\frac{1}{2}$ ق ( ب جـ ء ) ← (١)

، ق( ∠ جـ ) = $\frac{1}{2}$ ق ( ب ٩ ء ) ← (٢) بالجمع




∴ ق( ∠ ٩ ) + ق( ∠ جـ ) =

$\frac{1}{2}$ [ق ( ب جـ ء ) + ق ( ب ٩ ء )]

∴ ق( ∠ ٩ ) + ق( ∠ جـ ) =

$\frac{1}{2}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

وبالمثل ق( ∠ ب ) + ق( ∠ ء ) = ١٨٠°

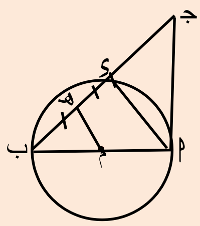
**٢١** فى الشكل المقابل :

إذا كان ٩ ب قطر فى الدائرة م

، ٩ جـ مماس لها عند ٩

فإذا كان : ٩ جـ = ٩سم ، ب م = ٦سم

أوجد طول كل من : ب جـ ، ٩ ء




∵ Δ ٩ ب جـ قائم الزاوية فى ٩ من نظرية فيثاغورث

∴ (ب جـ)$^2$ = (٩)$^2$ + (١٢)$^2$ = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ ب جـ = ١٥ سم ← (١)

∵ ٩ ب قطر فى الدائرة م ∴ ق( ∠ ٩ ء ب ) = ٩٠°

( محيطية مرسومة فى نصف دائرة )

∴ ٩ ء = $\frac{٩ \times ١٢}{١٥}$ = ٧٫٢ سم

**٢٢** أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{3}$ الدائرة ، ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧سم

( ط = $\frac{22}{7}$ )

قياس القوس = $\frac{1}{3}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

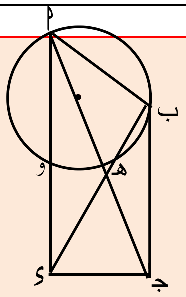
طول القوس = $\frac{1}{3}$ × ٢ ط نق = $\frac{1}{3}$ × ٢ × $\frac{22}{7}$ × ٧ = $\frac{44}{3}$ سم

**٢٣** فى الشكل المقابل :

إذا كان ب جـ تمس الدائرة عند ب

، إذا كانت هـ منتصف ب و

أثبت أن : الشكل ٩ ب جـ ء رباعى دائرى




∵ هـ منتصف ب و ∴ ق( ب هـ ) = ق( هـ و )

∴ ق( ∠ ب ٩ هـ ) = ق( ∠ هـ ٩ و ) ← (١)

، ∵ ب جـ مماس للدائرة ∴ ق( ∠ جـ ب هـ ) = ق( ∠ ب ٩ هـ )

مماسية ومحيطية مشتركتان فى ب هـ ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق( ∠ جـ ب ء ) = ق( ∠ جـ ٩ ء )

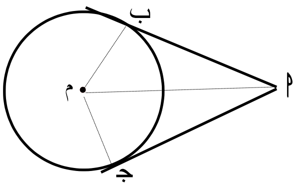
وهما مرسومتان على قاعدة واحدة جـ ء وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل ٩ ب جـ ء رباعى دائرى

**٢٤** أثبت أن " القطعتين المرسومتين من نقطة خارج دائرة متساويتان فى الطول "

المعطيات : ٩ ب ، ٩ جـ مماسان

للدائرة م عند ب ، جـ




المطلوب : أثبت أن : ٩ ب = ٩ جـ

العمل : نرسم م ٩ ، م ب ، م جـ

البرهان : ∵ ٩ ب ، ٩ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

∴ ق( ∠ ب ) = ق( ∠ جـ ) = ٩٠°

فى ΔΔ ٩ ب م ، ٩ جـ م

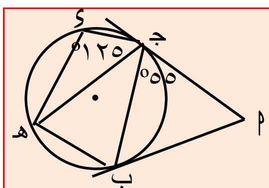
فيهما ⎨ ق( ∠ ب ) = ق( ∠ جـ ) = ٩٠° ، ب م = جـ م = نق ، م ٩ ضلع مشترك

∴ Δ ٩ ب م ≡ Δ ٩ جـ م وينتج أن ٩ ب = ٩ جـ

**٢٥** فى الشكل المقابل :

إذا كان : ٩ ب ، ٩ جـ مماسان للدائرة

عند ب ، جـ ، ق( ∠ ٩ جـ ب ) = ٥٥°




، ق( ∠ جـ ء هـ ) = ١٢٥° أثبت أن : أولاً: ٩ جـ // ب هـ

ثانياً : أوجد ق( ∠ ٩ ) ثالثاً : جـ ب = جـ هـ

∵ الشكل ج ب ء هـ رباعى دائرى ∴ ق( ∠ جـ ب هـ ) = ٥٥°

∵ أ ب ، أ ج مماسان للدائرة م عند ب ، ج

∴ أ ب = أ ج ∴ ق(∠ أ ب ج ) = ق(∠ أ ج ب ) = ٥٥°

، ∵ ق(∠ أ ب ج ) = ق(∠ ج ب هـ ) وهما في وضع تبادل

∴ أ ج // ب هـ ← المطلوب أولاً

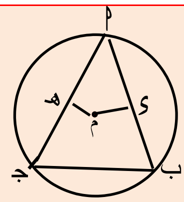
، ق(∠ أ ) = ١٨٠° − (٥٥° + ٥٥°) = ٧٠° ← ثانياً

∵ ∠ ب هـ ج محيطية ،∠ أ ب ج مماسية مشتركتان في ⌢ب ج

∴ ق(∠ ب هـ ج ) = ق(∠ أ ب ج ) = ٥٥°

، ∵ ق(∠ ج ب هـ ) = ق(∠ ج هـ ب ) ∴ ج ب = ج هـ

**٢٦** في الشكل المقابل :




أثبت أن : ءهـ // ب ج وإذا كان :

ب ج = ٨سم فأوجد طول ءهـ

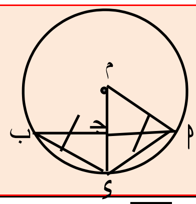
∵ م ء ⊥ أ ج ، م هـ ⊥ أ ب ∴ ء منتصف أ ج ،

هـ منتصف أ ب

∴ ءهـ // ب ج ← نتيجة ،

ءهـ = $\frac{1}{2}$ ب ج = ٤سم

**٢٧** في الشكل المقابل :




أوجد : أولاً : طول م جـ

ثانياً : مساحة ( Δ أ ء ب )

∵ جـ منتصف أ ب ∴ م جـ ⊥ أ ب ، أ جـ =

١٢سم من نظرية فيثاغورث

(م جـ)² = (١٣)² − (١٢)² = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ م جـ = ٥سم

، ∵ م ء = نق = ١٣سم ∴ جـ ء = ١٣ − ٥ = ٨سم

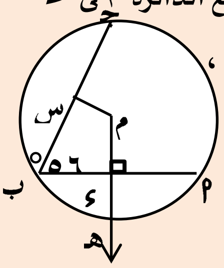
∵ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × ارتفاعه

∴ مساحة المثلث أ ء ب = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٨ = ١٢ × ٨ = ٩٦سم²

**٢٨** في الشكل المقابل:

أ ب ، ب ج وتران في الدائرة م التي طول نصف قطرها ٥سم ،

م ء ⊥ أ ب يقطع أ ب في ء ويقطع الدائرة م في هـ




، س منتصف ب ج . أ ب = ٨سم ،

ق(∠ أ ب ج) = ٥٦°

أوجد : أولاً : ق(∠ ء م س)

ثانياً : طول ءهـ

∵ م ء ⊥ أ ب ∴ ق(∠ ب ء م) = ٩٠° ، ∵ س

منتصف ب ج ∴ م س ⊥ ب ج ∴ ق(∠ ب س م) = ٩٠°

∴ ق(∠ ء م س) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°) =

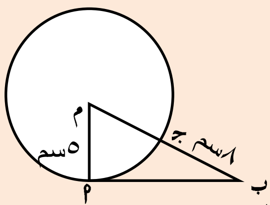
١٢٤° ← المطلوب أولاً

العمل : نرسم م أ = نق

من نظرية فيثاغورث : (م ء)² = (٥)² − (٤)² = ٢٥ − ١٦ = ٩

∴ م ء = ٣سم ∴ ءهـ = ٥ − ٣ = ٢سم

**٢٩** في الشكل المقابل :




: أ ب مماس للدائرة م عند أ

، م ب ∩ الدائرة م = {ج}

فإذا كان م أ = ٥ سم ، ب ج = ٨ سم

أوجد محيط المثلث م أ ب

∵ م أ = م ج = نق ∴ م ج = ٥سم ، ∵

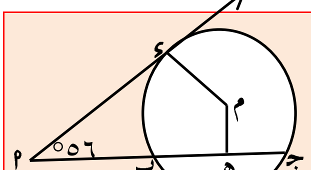
م ب = م ج + ب ج ∴ م ب = ٨ + ٥ = ١٣سم

∴ من نظرية فيثاغورث (أ ب)² = (١٣)² - (١٢)² =

١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥ ∴ أ ب = ٥سم

∴ محيط المثلث م أ ب = ١٣ + ١٢ + ٥ = ٣٠سم

**٣٠** في الشكل المقابل :




أ ء مماس للدائرة م ، أ ج

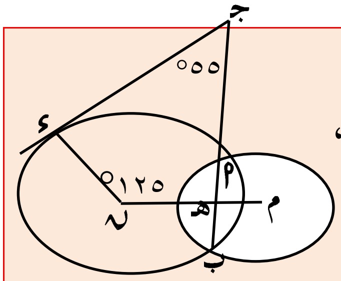
قطع الدائرة م في ب ، ج

، هـ منتصف ب ج ، ق(∠ أ ) = ٥٦°

أوجد ق(∠ ء م هـ )

أ ء مماس للدائرة م ∴ ق(∠ أ ء م) = ٩٠° ، ∵ هـ منتصف ب جـ ∴ م هـ ⊥ ب جـ ∴ ق(∠ أ هـ م) = ٩٠°

∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°)
= ١٢٤°



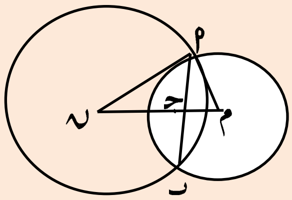
**٣١ في الشكل المقابل:**
، جـ ∈ أ ب ، ء ∈ للدائرة ن ،
ق(∠ م ن ء) = ١٢٥°
، ق(∠ أ جـ ء) = ٥٥°
أثبت أن: جـ ء مماس للدائرة ن عند ء

∵ م ن خط المركزين ، أ ب الوتر المشترك ∴ م ن ⊥ أ ب

∴ ق(∠ ن هـ جـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ ء) = ٣٦٠° - (١٢٥° + ٥٥° + ٩٠°) = ٩٠°

∴ ن ء ⊥ جـ ء ∴ جـ ء مماس للدائرة ن عند ء



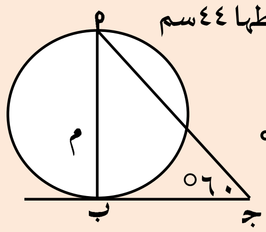
**٣٢ في الشكل المقابل:** م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ،
م ن ∩ أ ب = {جـ}
أ م = ٦سم ، أ ن = ٨سم
، م أ ⊥ أ ن أوجد طول أ ب

∵ م أ ⊥ أ ن ∴ ق(∠ أ) = ٩٠° من نظرية فيثاغورث

(م ن)² = (٦)² + (٨)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ ∴

م ن = ١٠سم ∴ أ جـ = (٦ × ٨)/١٠ = ٤٨/١٠ = ٤,٨ ∵

جـ منتصف أ ب ∴ طول أ ب = ٢ × ٤,٨ = ٩,٦سم



**٣٣ في الشكل المقابل:** دائرة م محيطها ٤٤سم
أ ب قطرفيها ، ب جـ مماس
للدائرة عند ب ، ق(∠ جـ) = ٦٠°
أوجد طول ب جـ (ط = ٢٢/٧)

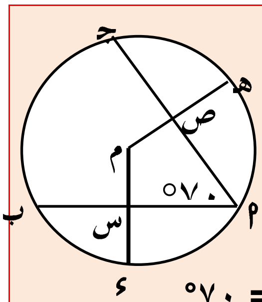
**محيط الدائرة** = ٢πنق ∴ ٢ × ٢٢/٧ × نق = ٤٤

∴ ٤٤/٧ × نق = ٤٤ ∴ نق = ٧سم ومنها أ ب = ١٤سم

، ∵ ق(∠ جـ) = ٦٠° ، ب جـ مماس للدائرة عند ب

∴ ق(∠ ب) = ٩٠° ∴ ظا جـ = أ ب / ب جـ ∴ ظا ٦٠° = ١٤ / ب جـ

∴ ب جـ = ١٤ / ظا ٦٠° = ٨,٠٨سم ≃ ٨سم



**٣٤ في الشكل المقابل:**
أ ب ، أ جـ وتران متساويان
في الطول في الدائرة م
، س منتصف أ ب ،
ص منتصف أ جـ ، ق(∠ جـ أ ب) = ٧٠°
**(أ) أوجد** ق(∠ ء م هـ) **(ب) أثبت أن:** س ء = ص هـ

∵ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أ ب

∴ ق(∠ أ س م) = ٩٠°

∵ ص منتصف أ جـ ∴ م ص ⊥ أ جـ

∴ ق(∠ أ ص م) = ٩٠°

∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ٧٠°)

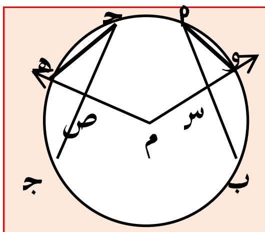
= ١١٠° ← المطلوب أولاً

∵ أ ب = أ جـ (وتر=وتر) ، م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

∴ م س = م ص ← (١) ، ∵ م ء = م هـ = نق ← (٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ م ء − م س = م هـ − م ص ∴ س ء = ص هـ ← ثانياً



**٣٥ في الشكل المقابل:**
أ ب ، جـ ء وتران في الدائرة م ،
م س ⊥ أ ب
ويقطع الدائرة في و ، م ص ⊥ أ جـ ويقطع الدائرة في هـ
، و س = هـ ص أثبت أن:
أولاً: أ ب = جـ ء ثانياً: أ و = جـ هـ

∵ و س = هـ ص ← (١) ، م و = م هـ = نق

← (٢) بطرح (١) من (٢)

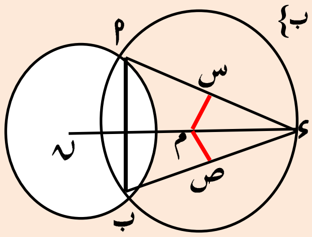
∴ م و − و س = م هـ − هـ ص ∴ م س = م ص

∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ ∴ أ ب = جـ ء

← المطلوب أولاً

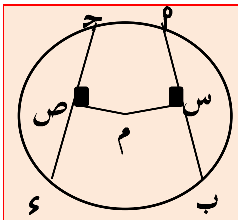
∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ ∴ س منتصف أ ب ،
ص منتصف أ ب ،
∵ أ ب = جـ ء ∴ أ س = جـ ص
فى ΔΔ أ و س ، جـ هـ ص
فيهما: أ س = جـ ص
و س = هـ ص
ق(∠ أ س و) = ق(∠ جـ ص هـ)
∴ Δ أ و س ≡ Δ جـ هـ ص وينتج من التطابق أن :
أ و = جـ هـ ← المطلوب ثانياً

**٣٦ فى الشكل المقابل :**
**الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}**
، أ ب ∩ م ن = {جـ}
ء ∈ م ن ، م س ⊥ أ ء ،
م ص ⊥ ب ء
**أثبت أن : م س = م ص**



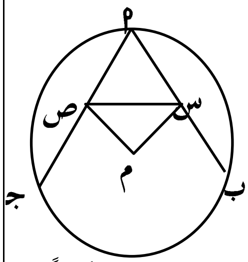

∵ م ن **خط المركزين** ، أ ب **الوتر المشترك** ∴ م ن
**محور تماثل** أ ب ، ∵ ء ∈ م ن ∴ ء أ = ء ب
، ∵ م س ⊥ أ ء ، م ص ⊥ ب ء ∴ م س = م ص

**٣٧ فى الشكل المقابل :**
م دائرة ، م س = م ص ،
س ب = ٥ سم ، م س ⊥ أ ب
م ص ⊥ جـ ء ، **أوجد : طول** جـ ء



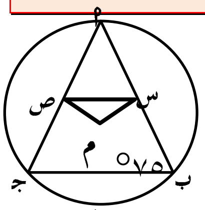

∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ جـ ء ∴ **س منتصف** أ ب ، **ص**
**منتصف** جـ ء ∵ **س ب** = ٥ سم ∴ أ ب = ١٠ سم
∵ **م س = م ص** ∴ أ ب = جـ ء ∴ **طول** جـ ء = ١٠ سم

**٣٨ أ ب ، أ جـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م**
، س ، ص **منتصفا** أ ب ، أ جـ ، ق(∠ م س ص) = ٣٠°
**أثبت أن : أولاُ: المثلث م س ص متساوى الساقين**
**ثانياً : المثلث أ س ص متساوى الأضلاع**



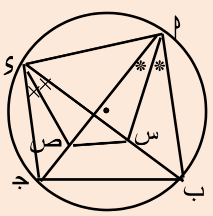

∵ س ، ص **منتصفا** أ ب ، أ جـ
∴ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ
، ∵ أ ب = أ جـ ( وتر = وتر )
∴ م س = م ص
∴ **المثلث م س ص متساوى الساقين ← المطلوب أولاً**
∵ ق(∠ م س ص) = ٣٠° ∴ ق(∠ أ س ص) = ٦٠°
∵ م س = م ص ∴ ق(∠ أ ص س) = ٦٠°
∴ ق(∠ س م ص) = ٦٠° ∴ **المثلث** أ س ص
**متساوى الأضلاع ← المطلوب ثانياً**

**٣٩ أ ب ، أ جـ وتران فى الدائرة م ، م س ⊥ أ ب ،**
**ص منتصف** أ جـ ، ق(∠ أ ب جـ) = ٧٥° ، م س = م ص
**(أ) أوجد** ق(∠ ب أ جـ) **(ب) أثبت أن :**
محيط Δ أ س ص = $\frac{١}{٢}$ محيط Δ أ ب جـ




∵ ص منتصف أ جـ ∴
م ص ⊥ أ جـ ، م س ⊥ أ ب
، ∵ م س = م ص ∴ أ ب = أ جـ
∴ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ أ ب جـ) = ٧٥° ← أولاً
∵ م س ⊥ أ ب ∴ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ
، أ ب = أ جـ ∴ أ س = $\frac{١}{٢}$ أ ب ، أ ص = $\frac{١}{٢}$ أ جـ ،
س ص = $\frac{١}{٢}$ ب جـ
∴ محيط Δ أ س ص = $\frac{١}{٢}$ محيط Δ أ ب جـ ← ثانياً

**٤٠ فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم**
داخل دائرة م أ س ينصف ∠ ب أ جـ
، أ ص ينصف ∠ ب ء جـ
أثبت أن :
أولاً : الشكل أ س ص ء رباعى دائرى
ثانياً : س ص // ب جـ




∵ الشكل أ ب جـ ء ∴ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ ب ء جـ)
مرسومتان على قاعدة ب جـ وفى جهة واحدة منها

، ∵ أ س ينصف ∠ ب أ جـ ، أ ص ينصف ∠ ب ء جـ

∴ $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب أ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب ء جـ)

∴ ق(∠ س أ ص) = ق(∠ س ء ص) وهما مرسومتان

على قاعدة س ص وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ س ص ء رباعى دائرى ← أولاً

، الشكل أ س ص ء رباعى دائرى

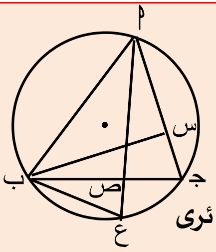
∴ ق(∠ ء أ ص) = ق(∠ ء س ص) ← (١)

، ق(∠ ء أ جـ) = ق(∠ ء ب جـ) ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق{∠ ء س ص} = ق{∠ ء ب جـ} وهما فى

وضع تناظر ∴ س ص // ب جـ

$\boxed{٤١}$ فى الشكل المقابل :




، ب س ⊥ أ جـ ، أ ص ⊥ ب جـ

يقطعه فى ص ، ويقطع الدائرة فى ع .

أثبت أن : أولاً : الشكل أ ب س ص رباعى دائرى

ثانياً : ب جـ ينصف ∠ س ب ع

∵ ب س ⊥ أ جـ ∴ ق(∠ أ س ب) = ٩٠°

، ∵ أ ص ⊥ ب جـ ∴ ق(∠ أ ص ب) = ٩٠°

∴ ق(∠ أ س ب) = ق(∠ أ ص ب) وهما مرسومتان

على قاعدة أ ب وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ ب س ص رباعى دائرى ← أولاً

∵ الشكل أ ب س ص رباعى دائرى

∴ ق(∠ س أ ص) = ق(∠ س ب ص) ← (١)

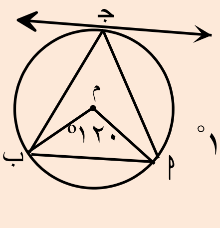
مرسومتان على قاعدة س ص وفى جهة واحدة منها

∵ ق(∠ جـ أ ع) = ق(∠ جـ ب ع) ← (٢)

محيطيتان مشتركتان فى جـ ع من (١) ، (٢) ينتج أن :

ق(∠ س ب جـ) = ق(∠ جـ ب ع) ∴ ب جـ ينصف ∠ س ب ع

$\boxed{٤٢}$ فى الشكل المقابل :




. جـ ء مماس للدائرة عند جـ

، جـ ء // أ ب ، ق(∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع

∵ ∠ أ جـ ب محيطية ، ∠ أ م ب مركزية مشتركتان فى أ ب

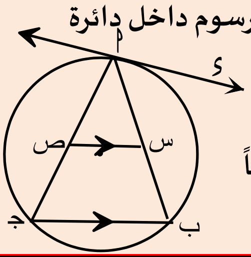
∴ ق(∠ أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م ب) = ٦٠°

، ∵ جـ ء // أ ب ∴ ق(أ جـ) = ق(ب جـ)

∴ أ جـ = ب جـ ∴ ق(∠ جـ أ ب) = ق(∠ جـ ب أ) = ٦٠°

∴ Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع

$\boxed{٤٣}$ فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة




، أ ء مماساً للدائرة عند أ ،

س ص // ب جـ أثبت أن : أ ء مماساً

للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

∵ أ ء مماس للدائرة ، أ ب وتر التماس

∴ ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ جـ) ← (١)

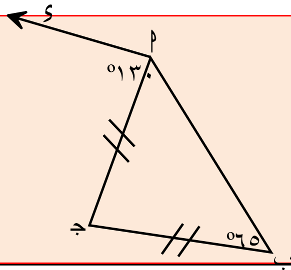
، ∵ س ص // ب جـ

∴ ق(∠ أ ص س) = ق(∠ جـ) ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ أ ص س)

∴ أ ء مماساً للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

$\boxed{٤٤}$ فى الشكل المقابل :




أثبت أن :

أ ء مماس للدائرة التى

تمر برؤوس المثلث أ ب جـ

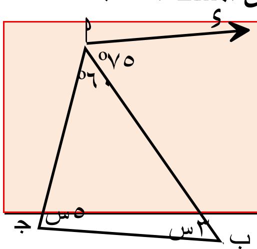
∵ أ جـ = ب جـ ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ جـ أ ب) = ٦٥°

، ∵ ق(∠ ء أ ب) = ١٣٠° ∴ ق(∠ ء أ جـ) = ٦٥°

، ∵ ق(∠ ء أ جـ) = ق(∠ أ ب جـ)

∴ أ ء مماس للدائرة التى تمر برؤوس المثلث أ ب جـ

$\boxed{٤٥}$ فى الشكل المقابل :




أثبت أن :

أ ء مماس للدائرة التى

تمر برؤوس المثلث أ ب جـ

∵ ق(∠ ب) + ق(∠ جـ) = ١٢٠°

∴ ٣س + ٥س = ١٢٠° ∴ ٨س = ١٢٠° ∴ س = ١٥°

∴ ق(∠ جـ) = ٥ × ١٥ = ٧٥°

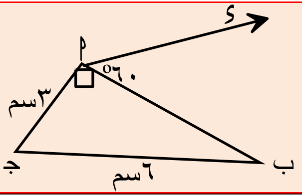
، ∵ ق(∠ ج) = ق(∠ ء أ ب)

∴ أ ء مماس للدائرة التى تمر برؤوس المثلث أ ب ج

**٤٦** فى الشكل المقابل :

أثبت أن :

أ ء مماس للدائرة التى تمر برؤوس المثلث أ ب ج




∵ ق(∠ ب أ ج) = ٩٠° ، أ ج = $\frac{1}{2}$ ب ج

∴ ق(∠ ب) = ٣٠°

∴ ق(∠ ج) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°

، ∵ ق(∠ ج) = ق(∠ ء أ ب)

∴ أ ء مماس للدائرة التى تمر برؤوس المثلث أ ب ج

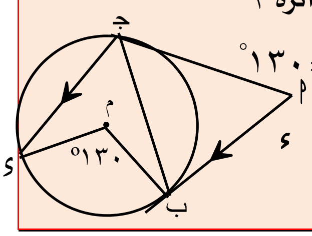
**٤٧** فى الشكل المقابل :

أ ب ، أ ج قطعتان مماستان للدائرة م

أ ب // ج ء ، ق(∠ ب م ء) = ١٣٠°

أولاً : أثبت أن : ب ج ينصف ∠ أ ج ء

ثانياً : أوجد : ق(∠ أ)




∵ ∠ ب م ء مركزية ، ∠ ب ج ء محيطية مشتركتان فى ب ء

∴ ق(∠ ب ج ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م ء) = ٦٥° ←(١)

، ∵ أ ب // ج ء ∴ ق(∠ ب ج ء) = ق(∠ أ ب ج)

بالتبادل

، ∵ أ ب ، أ ج مماسان للدائرة عند ب ، ج ∴ أ ب = أ ج

∴ ق(∠ أ ب ج) = ق(∠ أ ج ب) ← (٢) من (١) ، (٢)

ينتج أن : ق(∠ أ ج ب) = ق(∠ ب ج ء)

ب ج ينصف ∠ أ ج ء ← أولاً

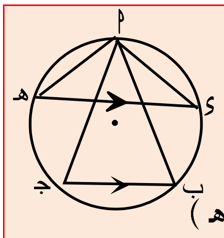
ق(∠ أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠° ← ثانياً

**٤٨** فى الشكل المقابل :

ا ب ج مثلث مرسوم داخل دائرة

، ء هـ // ب ج

أثبت أن : ق(∠ ء أ ج) = ق(∠ ب أ هـ)




∵ ء هـ // ب ج ∴ ق(ء ب) = ق(هـ ج)

∴ ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ هـ أ ج)

وبإضافة ق(∠ ب أ ج) للطرفين

∴ ق(∠ ء أ ج) = ق(∠ ب أ هـ)

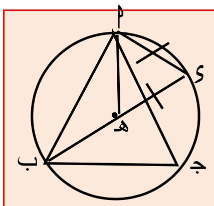
**٤٩** فى الشكل المقابل :

أ ب ج مثلث متساوى الاضلاع

مرسوم داخل

دائرة ، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ ء ج بحيث أ ء = ء هـ

أثبت أن : المثلث أ ء هـ متساوى الاضلاع



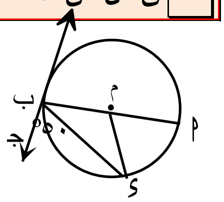

∵ Δ أ ب ج متساوى الاضلاع ∴ ق(∠ أ ب ج) = ٦٠°

، ∵ ق(∠ أ ء ج) = ق(∠ أ ب ج) = ٦٠° محيطيتان

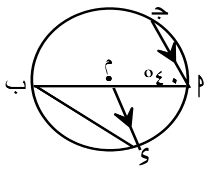
مشتركتان فى أ ج ، ∵ أ ء = ء هـ

∴ Δ أ ء هـ متساوى الاضلاع

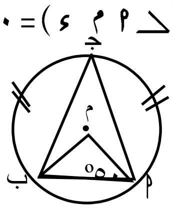
**٥٠** فى كل من الأشكال الآتية ادرس الشكل ثم أكمل :



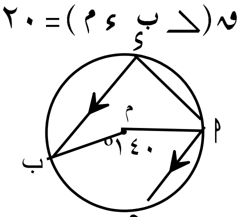

ق(∠ أ م ء) = ٨٠°



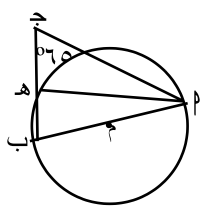

ق(∠ ب ء م) = ٢٠°



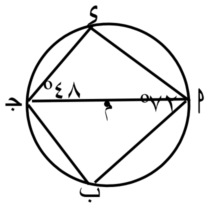

ق(∠ ج أ م) = ٢٠°



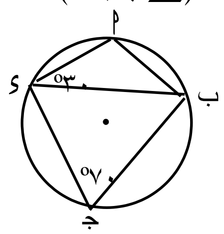

ق(∠ ج أ ء) = ١١٠°



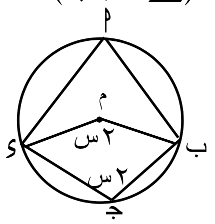

ق(∠ ج أ هـ) = ٢٥°




ق(∠ ب أ ج) = ٣٠°

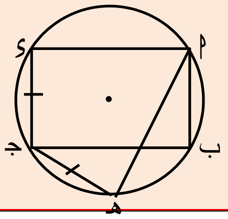



ق(∠ أ ب ء) = ٤٠°




ق(∠ أ) = ٦٠°

٥١ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة ، رسم الوتر جـ هـ بحيث جـ هـ = جـ ء

أثبت أن : أ هـ = ب جـ

∵ أ ب = جـ ء من خواص المستطيل ← (١)

، ∵ جـ هـ = جـ ء ← (٢) ∴ أ ب = جـ هـ

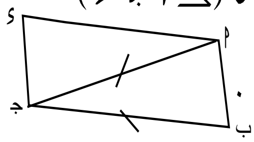
∴ ق (⌒أ ب) = ق(⌒جـ هـ) وبإضافة ق (⌒ب هـ) للطرفين

∴ ق (⌒أ ب هـ) = ق (⌒جـ هـ ب) ∴ أ هـ = ب جـ

٥٢ أ ب جـ ء متوازي أضلاع فيه أ جـ = ب جـ أثبت أن : ⟷جـ ء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

∵ أ جـ = ب جـ ∴ ق(∠ جـ أ ب) = ق(∠ أ ب جـ) (١)

، ∵ الشكل أ ب جـ ء متوازي أضلاع

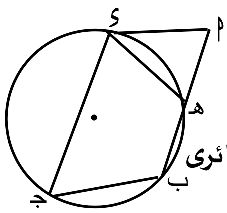


∴ أ ء // ب جـ ∴ ق(∠ جـ أ ب) = ق(∠ أ جـ ء) بالتبادل (٢)

∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ أ جـ ء)

∴ ⟷جـ ء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

٥٣ أ ب جـ ء متوازي أضلاع . أثبت أن : أ ء = هـ ء



∵ الشكل أ ب جـ ء متوازي أضلاع

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ جـ) ←(١)

، ∵ الشكل هـ ب جـ ء رباعي دائري

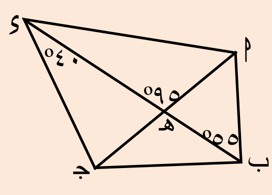
، ∠ أ هـ ء خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

∴ ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ جـ) ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ أ) = ق(∠ أ هـ ء)

∴ أ ء = هـ ء

٥٤ في الشكل المقابل :



ق(∠ ب ء جـ) = ٤٠° ،

ق(∠ أ ب ء) = ٥٥° ،

ق(∠ أ هـ ء) = ٩٥°

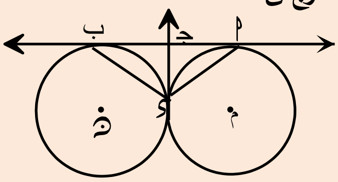
أثبت أن : الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

∵ ∠ أ هـ ء خارجة عن المثلث أ هـ ب

∴ ق(∠ ب أ هـ) = ٩٥° − ٥٥° = ٤٠°

، ∵ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ ب ء جـ) = ٤٠° وهما مرسومتان على قاعدة ب جـ ∴ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

٥٥ في الشكل المقابل :



دائرتان م ، ن متماستان من الخارج في أ

، ⟷ب جـ مماس لهما عند ب ، جـ

أثبت أن :

ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°

في الدائرة م ∵ جـ أ = جـ ء

∴ ق(∠ جـ أ ء) = ق(∠ جـ ء أ) ← (١)

في الدائرة ن ∵ جـ ب = جـ ء

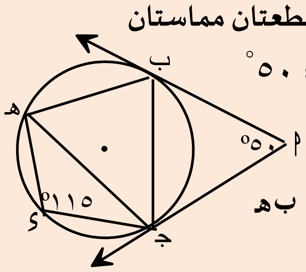
∴ ق(∠ جـ ب ء) = ق(∠ جـ ء ب) ← (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج أن :

ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ ب) + ق(∠ جـ)

∴ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°

٥٦ في الشكل المقابل : أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ ، ق(∠ أ) = ٥٠° ، ق(∠ جـ ء هـ) = ١١٥°



أثبت أن : أولاً : ⟵جـ ء ينصف ∠ أ ب هـ

ثانياً : جـ ب = جـ هـ

∵ الشكل ب جـ ء هـ رباعي دائري

∴ ق(∠ جـ ب هـ) + ق(∠ ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠ جـ ب هـ) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° ← (١)

، ∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

∴ أ ب = أ جـ ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ أ جـ ب) = ٦٥° ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ جـ ب هـ)

∴ : ⟵جـ ء ينصف لا ا ب هـ ← المطلوب أولاً

∵ ∠ ب هـ جـ محيطية ، ∠ أ جـ ب مماسية مشتركتان في ⌒ب جـ

∴ ق(∠ ب هـ جـ) = ق(∠ أ جـ ب) = ٦٥°

، ∵ ق(∠ جـ ب هـ) = ق(∠ جـ هـ ب) ∴ جـ ب = جـ هـ